

数学 I

入学試験問題・解答冊子

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は、11 ページあります。
試験中に冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答は、この冊子の各設問の解答欄に記入しなさい。
4. この冊子の表紙に受験番号、氏名の記入欄があるので、監督者の指示に従って記入しなさい。
5. 冊子の余白等は適宜数式の記述等に利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
6. 試験終了後、この冊子は回収します。

受験番号 ()

氏 名 ()

数学 I

[1] 次の各問いに答えよ。

(1) $(3x-5)(2x^2+4x-1)$ を展開せよ。

(2) $(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12$ を因数分解せよ。

(3) $A=2x^2-3x+5$ 、 $B=-x^2+4x-2$ 、 $C=3x^2-2x+1$ とするとき、 $3A-2B+C$ を x の整式として表せ。

(4) $x=\sqrt{7}-\sqrt{6}$ のとき、 $x-\frac{1}{x}$ の値を求めよ。

(5) 次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} 5x+2 \leq 2(x+4) \\ x-6 < 3x+4 \end{cases}$$

(6) ある青果店には、A と B の 2 つのりんごがある。A は 1 個 280 円、B は 1 個 230 円である。
A と B 合わせて 12 個買い、料金は 3,000 円以下にしたい。A をできるだけ多く買うとき A は
何個買えるか。なお、途中の計算過程も明記すること。

〔個〕

(7) 2 次方程式 $10x^2 - 13x - 3 = 0$ の解を求めよ。

(8) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ の整数部分はいくらか。

(9) $|x-3|+1=x$ のとき、 x の値を求めよ。

(10) 長方形の花壇があり、面積は 108m^2 である。短辺の長さは長辺の長さよりも 3m 短い。この花壇の周囲の長さはいくらか。なお、途中の計算過程も明記すること。

[m]

(11) 次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} x^2 - 11x + 24 > 0 \\ x^2 - 10x + 16 < 0 \end{cases}$$

(12) 次のア～オのうち、 $\sin 75^\circ$ と同じ値をとるもののみをすべて選べ。

ア. $\sin 15^\circ$

イ. $\sin 105^\circ$

ウ. $\cos 15^\circ$

エ. $\cos 105^\circ$

オ. $\tan 15^\circ$

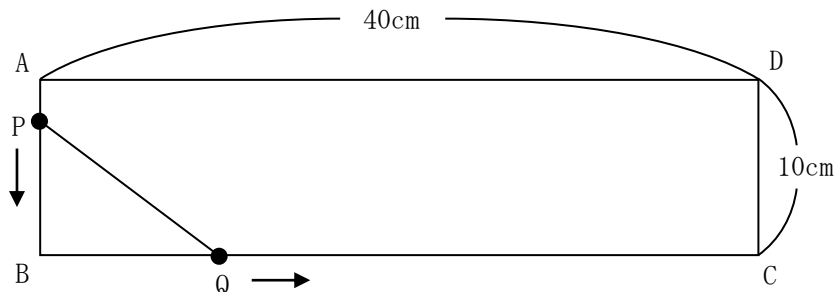
[2] 2 次関数について、次の問いに答えよ。

- (1) 2 次関数 $y=x^2+ax+b$ (a, b は定数) のグラフは、 x 軸と 2 つの点 $(-1, 0)$ と $(5, 0)$ で交わっている。この 2 次関数のグラフの式を求めよ。

-
- (2) (1) で求めた関数の頂点の座標を求めよ。
-

(3) (1) で求めた関数を x 軸に対して対称移動したときのグラフの式を求めよ。

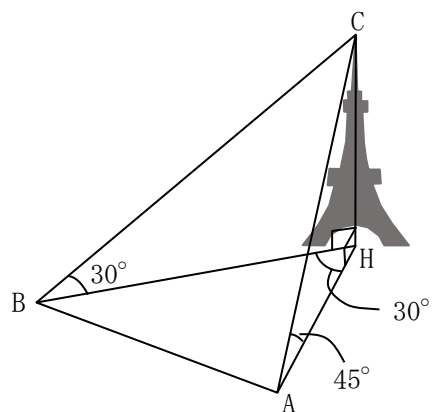
[3] 図のように、縦の長さが 10cm、横の長さが 40cm の長方形 ABCD がある。点 P は、秒速 1cm で辺 AB 上を A から B まで移動する。また、点 Q は、点 P と同時に出発して秒速 4cm で辺 BC 上を B から C まで移動する。このとき、三角形 PBQ の面積の最大値を求めよ。また、それは何秒後か。なお、途中の計算過程も明記すること。



面積の最大値 _____ [cm²]、時間 _____ [秒後]

[4] 次の図のように、50m の高さの塔の頂上を C とする。点 B から C への仰角は 30° 、点 A から C への仰角は 45° である。また図のように $\angle BHA = 30^\circ$ である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) このとき、BH 間の距離はいくらか。



_____ [m]

(2) AB 間の距離はいくらか。

_____ [m]

(3) $\triangle ABH$ の面積 S はいくらか。

_____ $[\text{m}^2]$

[1] 次の各問いに答えよ。

(1) $(3x-5)(2x^2+4x-1)$ を展開せよ。(5 点)

(解説)

$$\begin{aligned} & (3x-5)(2x^2+4x-1) \\ &= 6x^3+12x^2-3x-10x^2-20x+5 \\ &= 6x^3+2x^2-23x+5 \end{aligned}$$

(2) $(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12$ を因数分解せよ。(5 点)

(解説)

$$\begin{aligned} & (x^2+x)^2-8(x^2+x)+12 \\ & x^2+x=A \text{ と置き換えて、} \\ & A^2-8A+12 \\ &= (A-6)(A-2) \\ & A=x^2+x \text{ に代入すると、} \\ & (A-6)(A-2) \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-2) \\ &= (x+3)(x-2)(x+2)(x-1) \end{aligned}$$

(3) $A=2x^2-3x+5$ 、 $B=-x^2+4x-2$ 、 $C=3x^2-2x+1$ とするとき、 $3A-2B+C$ を x の整式として表せ。(5 点)

(解説)

$$\begin{aligned} & 3A-2B+C \\ &= 3(2x^2-3x+5)-2(-x^2+4x-2)+(3x^2-2x+1) \\ &= 6x^2-9x+15+2x^2-8x+4+3x^2-2x+1 \\ &= 11x^2-19x+20 \end{aligned}$$

(4) $x=\sqrt{7}-\sqrt{6}$ のとき、 $x-\frac{1}{x}$ の値を求めよ。(5 点)

(解説)

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{7}+\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって、} x-\frac{1}{x} &= \sqrt{7}-\sqrt{6}-(\sqrt{7}+\sqrt{6}) \\ &= -2\sqrt{6} \end{aligned}$$

(5) 次の連立不等式を解け。(5 点)

$$\begin{cases} 5x+2 \leq 2(x+4) \\ x-6 < 3x+4 \end{cases}$$

(解説)

$$5x+2 \leq 2(x+4)$$

$$5x+2 \leq 2x+8$$

$$3x \leq 6$$

$$x \leq 2 \quad \cdots \quad \textcircled{1}$$

$$x-6 < 3x+4$$

$$-2x < 10$$

$$x > -5 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①、②より、

$$-5 < x \leq 2$$

(6) ある青果店には、A と B の 2 つのりんごがある。A は 1 個 280 円、B は 1 個 230 円である。

A と B 合わせて 12 個買い、料金は 3,000 円以下にしたい。A をできるだけ多く買うとき A は何個買えるか。なお、途中の計算過程も明記すること。(5 点)

(解説)

A の個数を x 個とすると、B の個数は $(12-x)$ 個とおける。

$$280x+230(12-x) \leq 3000$$

両辺を 10 で割って

$$28x+23(12-x) \leq 300$$

$$28x+276-23x \leq 300$$

$$5x \leq 24$$

$$x \leq 4.8$$

x は自然数より、4 [個]

[個]

(7) 2 次方程式 $10x^2 - 13x - 3 = 0$ の解を求めよ。(5 点)

(解説)

$$10x^2 - 13x - 3 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 3) = 0$$

$$\text{よって、} x = -\frac{1}{5}、\frac{3}{2}$$

(8) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ の整数部分はいくらか。(5 点)

(解説)

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{5 + 2\sqrt{15} + 3}{5 - 3} \\ &= \frac{8 + 2\sqrt{15}}{2} \\ &= 4 + \sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16} \text{ より、} 3 < \sqrt{15} < 4$$

よって、 $4 + \sqrt{15}$ の整数部分は、

$$4 + 3 = 7$$

(9) $|x-3|+1=x$ のとき、 x の値を求めよ。(5 点)

(解説)

$$\textcircled{1} x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3 \text{ のとき } |x-3|=x-3$$

$$\text{よって、} x-3+1=x$$

$$x-2=x$$

$$-2=0 \text{ 不適より、解なし}$$

$$\textcircled{2} x-3 < 0$$

$$x < 3 \text{ のとき } |x-3|=-(x-3)$$

$$\text{よって、} -(x-3)+1=x$$

$$-x+3+1=x$$

$$2x=4$$

$$x=2$$

$$\textcircled{1}、\textcircled{2} \text{より、} x=2$$

(10) 長方形の花壇があり、面積は 108m^2 である。短辺の長さは長辺の長さよりも 3m 短い。この花壇の周囲の長さはいくらか。なお、途中の計算過程も明記すること。(5 点)

(解説)

長辺の長さを x [m] とすると、短辺の長さは $x-3$ [m] とおける。

題意より、

$$x(x-3)=108$$

$$x^2-3x=108$$

$$x^2-3x-108=0$$

$$(x-12)(x+9)=0$$

$$x>0 \text{ より、} x=12$$

よって、花壇の周囲の長さは、

$$\{12+(12-3)\} \times 2=42 \text{ [m]}$$

(11) 次の連立不等式を解け。(5 点)

$$\begin{cases} x^2 - 11x + 24 > 0 \\ x^2 - 10x + 16 < 0 \end{cases}$$

(解説)

$$x^2 - 11x + 24 > 0$$

$$(x-3)(x-8) > 0$$

$$x < 3, x > 8 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 10x + 16 < 0$$

$$(x-2)(x-8) < 0$$

$$2 < x < 8 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より、} 2 < x < 3$$

(12) 次のア～オのうち、 $\sin 75^\circ$ と同じ値をとるもののみをすべて選べ。(5 点)

ア. $\sin 15^\circ$

イ. $\sin 105^\circ$

ウ. $\cos 15^\circ$

エ. $\cos 105^\circ$

オ. $\tan 15^\circ$

(解説)

$$\begin{aligned} \sin 75^\circ &= \sin (180 - 75) \\ &= \sin 105^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 75^\circ &= \cos (90 - 75) \\ &= \cos 15^\circ \end{aligned}$$

よって、イとウが正しい。

[2] 2次関数について、次の問いに答えよ。

(1) 2次関数 $y=x^2+ax+b$ (a 、 b は定数) のグラフは、 x 軸と2つの点 $(-1, 0)$ と $(5, 0)$ で交わっている。この2次関数のグラフの式を求めよ。(5点)

(解説)

$(-1, 0)$ 、 $(5, 0)$ を通るので求める関数は、

$y=(x+1)(x-5)$ とおける。

$$y=x^2-4x-5$$

(2) (1) で求めた関数の頂点の座標を求めよ。(5点)

(解説)

$$y=x^2-4x-5$$

$$=(x^2-4x+4)-4-5$$

$$=(x-2)^2-9$$

よって、頂点の座標は、 $(2, -9)$ となる。

(3) (1) で求めた関数を x 軸に対して対称移動したときのグラフの式を求めよ。(5 点)

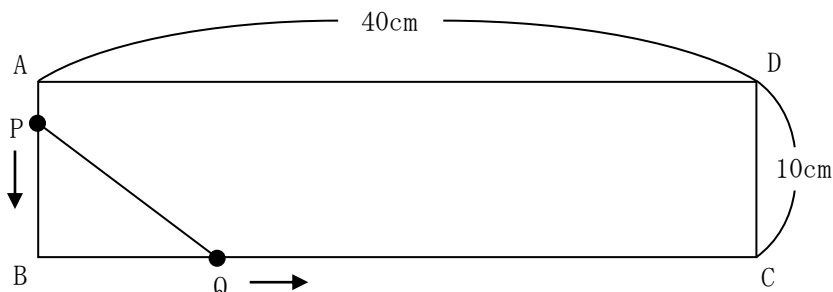
(解説)

x 軸に対して対称移動するので、 y の代わりに $-y$ を代入する。

$$-y = x^2 - 4x - 5$$

$$y = -x^2 + 4x + 5$$

[3] 図のように、縦の長さが 10cm、横の長さが 40cm の長方形 ABCD がある。点 P は、秒速 1cm で辺 AB 上を A から B まで移動する。また、点 Q は、点 P と同時に出発して秒速 4cm で辺 BC 上を B から C まで移動する。このとき、三角形 PBQ の面積の最大値を求めよ。また、それは何秒後か。なお、途中の計算過程も明記すること。(10 点)



(解説)

t 秒後の AP の長さが t [cm] より、PB の長さは $10-t$ [cm]、BQ の長さは $4t$ [cm] となる。このとき、三角形 PBQ の面積は、

$$\begin{aligned}\triangle PBQ &= \frac{1}{2} \times 4t \times (10-t) \\ &= -2t^2 + 20t \\ &= -2(t^2 - 10t + 25) + 50 \\ &= -2(t-5)^2 + 50\end{aligned}$$

t=5 のとき、最大値は 50

面積の最大値 _____ [cm²]、時間 _____ [秒後]

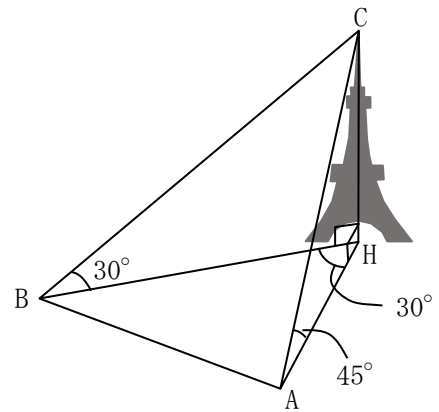
[4] 次の図のように、50m の高さの塔の頂上を C とする。点 B から C への仰角は 30° 、点 A から C への仰角は 45° である。また図のように $\angle BHA = 30^\circ$ である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) このとき、BH 間の距離はいくらか。(5 点)

(解説)

$$BH : CH = \sqrt{3} : 1 \text{ より、}$$

$$BH = 50\sqrt{3} \text{ [m]}$$



[m]

(2) AB 間の距離はいくらか。(5 点)

(解説)

$$\triangle ACH \text{ より、} AH = CH = 50 \text{ [m]}$$

余弦定理より、

$$AB^2 = (50\sqrt{3})^2 + 50^2 - 2 \times 50\sqrt{3} \times 50 \times \cos 30^\circ$$

$$= 7500 + 2500 - 7500$$

$$= 2500$$

$$AB > 0 \text{ より、} AB = 50 \text{ [m]}$$

[m]

(3) △ABH の面積 S はいくらか。(5 点)

(解説)

$$\begin{aligned} S &= 50\sqrt{3} \times 50 \times \sin 30^\circ \times \frac{1}{2} \\ &= 625\sqrt{3} \quad [\text{m}^2] \end{aligned}$$

[m²]